

Eine Reise von Anselm von Canterbury über Descartes zu Kurt Gödels mathematischem Beweis

10 Minuten Theologie
23.01.2025

Paolo Mercorelli

Institute for Production Technology and Systems, Leuphana University of Lüneburg,
Universitätsallee 1, 21335 Lüneburg, Germany

January 23, 2025

- 1 Tantum ergo von Pange Lingua von St. Thomas von Aquin
- 2 Wo waren wir geblieben: Meister Eckhart
- 3 Sein und Seiende und Existentialia
- 4 St. Anselmo
- 5 Descartes Ansatz
- 6 Aus Ontologischer Gottbeweis von K. Gödel



R. Descartes, Meditationes de prima philosophia, in qua Dei existentia et animæ immortalitas demonstratur, 1647, Paris.



S. Anselm, Monologion, 1076, Canterbury.



K. Gödel, Ontologischer Gottbeweis, 1987, USA.



Meister Eckhart, Predigten und Traktate, Diogenes, 1963, Muenchen.

Tantum ergo

Tantum ergo

Tantum ergo sacramentum
veneremur cernui,
et antiquum documentum
novo cedat ritui;
praestet fides supplementum
sensuum defectui.

Übersetzung: Heinrich Bone, 1847

Kommt und lasst uns tief verehren
ein so grosses Sakrament,
dieser Bund wird ewig währen,
und der alte hat ein End.
Unser Glaube soll uns lehren,
was das Auge nicht erkennt.

Der "Nicht-Wille" als "Ein-s" vs. "s-Ein" (un-Ein)

Die wahr Armut: Meister Eckhart

Daher sagen wir, dass der Mensch arm dastehen soll, dass er kein Raum sein und keinen haben soll, worin Gott wirken könne. Wenn der Mensch einen Raum behält, dann behält er Unterschiedenheit. Wenn ich mich Gott sehr nahe fühle, dann bin ich sehr weit weg von Gott!! Gott will nichts, Gott ist nicht gut oder schlecht:

Darum beten wir:

Oh Gott befrei mich von Gott!

Was ist Gott?:

Gott ist **Nichts** aber grossgeschrieben!

In diesem **Nichts** gibt das aristotelische Konzept: "Gott ist ein nicht-Seiende (ni-Ente..Nichts)!"

Sein und Seiende

Sein und Seiende

Das Sein des Seienden ist nicht selbst ein Seiendes.

Es gibt eine wesentliche Differenz zwischen Sein und Seiende aber das Paradox ist, dass Keines ohne das Andere denkbar ist!

Sein und Seiende

Kein Sein ohne Seiende und kein Seiende ohne Sein!

Das Seiende nimmt Form in dem Sein aber auch das Sein nimmt Form in dem Seienden.

Sein und Seiende

Seiende ist was ist!

Sein und Seiende

Mathematik als Gefühl

In unserer Vorlesung haben wir einen Punkt axiomatisch definiert. Danach haben wir ein Set durch eine Definition und auch eine Entfernung definiert.

Mathematik als Gefühl

Erinnerung: Ein Axiom ist ein Satz, der ein Evidentia (**es-video-Entia**) ist.

In einem Axiom ist ein Seiendes sichtbar oder rechtfertigbar.

Erinnerung: Eine Definition ist eine **günstige und limitierende** Beschreibung eines Konzeptes.

Sein und Seiende

Was ist ein Kreis?

Definition: Ein Kreis ist ein Set von Punkten, welches die gleiche Entfernung von einem Punkt hat. Diesen Punkt nennen wir Zentrum des Kreises.

Die "Universalien"

Ontologisch haben wir eine präzise Idee von diesem Seienden. Das heisst: Wir wissen, was ein Kreis ist. Mehr praktisch, ein Kreis ist ein Seiendes (**es-ist-Ente, es-ist-Entia**), der die **Eigenschaft** der **Zirkularität** besitzt. Praktisch haben wir keinen Kreis definiert, sondern die Zirkularität. Wir haben eine universale Kategorie oder ein Universal: die Zirkularität! Ein Kreis ist ein Seiendes, das die Zirkularität als Sein hat! Aber wie gesagt, es gibt kein Seiendes ohne Sein und viceversa!

Sein und Seiende

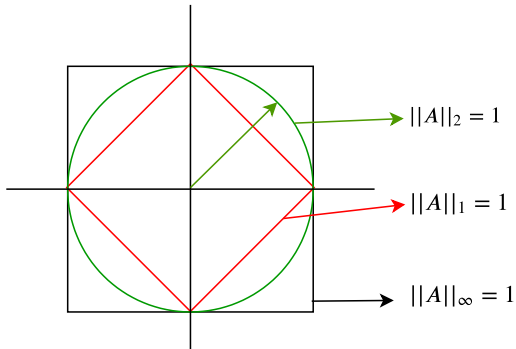
Fragen

Frage: Wie viele Kreise sind "evident"? Wie viele Kreise sind in "es-video-Entia"?

Frage: Wie viele Kreise sehen wir als Seiende?

Frage: Wie viele Kreise existieren in diesem Bild?

Frage: Können wir "Es-ist-Entia eines Kreises" sagen?

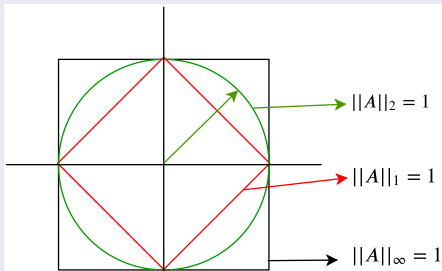


Sein und Seiende

Normen und Zirkularität

Möglichen Definitionen von Normen (Entfernungen), die die drei Axiome für die "Qualifizierung" von Normen erfüllen.

- ◀ L₂-norm: $\|A\|_2 = \sqrt{(A \cdot A)} = \sqrt{\sum_{i=1}^n a_i^2}$
- ◀ L₁-norm: $\|A\|_1 = \sum_{i=1}^n |a_i|$
- ◀ L_∞-norm: $\|A\|_\infty = \max_{a_i} (|a_i|)$



Sein und Seiende

Notwendige Existenz

Wir haben in unserer Vorlesung über eine "notwendige Existenz eines Kreises" gesprochen. Wir können sagen, dass die Definition einer Norm notwendig für die Existenz der Zirkularität ist, unabhängig, ob ein Seiendes mit dieser Eigenschaft existiert oder nicht! Das heisst, wenn ein Seiendes existiert, dann ist die Eigenschaft der Zirkularität erfüllt und existiert die Norm notwendigerweise in **unserer Welt!**

Seminorm

◀ L_s -seminorm: $\|A\|_s = \left| \sum_{i=1}^n a_i \right|$

Mit dieser Entfernung existiert kein Kreis!!! Praktisch gibt es hier kein Seiendes, das die Zirkularität besitzt! In unserer Welt, die mit dieser Entfernung definiert ist, ist die Eigenschaft der Zirkularität **nicht kompatibel**. Im Allgemeinen können wir sagen, dass **die Zirkularität nicht notwendigerweise existiert, weil sie nicht in allen Welten existiert**.

Mit dieser Entfernung haben wir eine Welt, die keine Zirkularität als Essenz (es-sein) besitzt! Oder, mit dieser Entfernung haben wir eine Welt, in der keine Zirkularität als Essenz existiert! Die Zirkularität ist keine notwendige Essenz!

Sein und Seiende

Positive und negative Eigenschaften

Frage der Fragen der mittelalterlichen Scholastik: Existiert die Zirkularität?
(quaestio de universalibus).

Frage: Ist die Eigenschaft der Zirkularität positiv oder nicht positiv?

Frage: Seine Nicht-Existenz, ist sie positiv oder nicht positiv?

Frage: Ist die Existenz überhaupt eine Eigenschaft?

Existenz

In der Mathematik gibt es den Existenzquantor (dessen Symbol $\exists$ ist). Es stellt ein Konzept dar, das dem ähnelt, dass der Begriff im philosophischen Kontext hat; Konstrukte wie: " $\exists x: P(x)$ " können gelesen werden als "es existiert mindestens ein x , das das Prädikat P erfüllt".

Sein und Seiende

Ex+sistentia

"Ex-ist Entia" ist ein Prädikat. Im späteren wurde aus lateinisch "Ex-ist-Entia" "Es-ist-Entia", **Es ist Seiende**, in dem wir ein Subjekt "Es", eine Kopula "ist" und einen Prädikatnomen "Seiende" sehen können. "Seiende ist nicht in diesem Fall ein Partizip des Verbs Sein. Seiende ist ein Substantiv.

Ex+sistentia

"Existenz" bedeutet etymologisch "Sein aus", denn es leitet sich von der lateinischen Verbindung ex+sistentia ab, was **"Sein von einem anderen, ausserhalb von sich selbst zu haben"** bedeutet. **Tatsächlich hat die Existenz kein Sein an sich**, sondern existiert nur in der Art und Weise, in der sie untergeordnet zu einem übergeordneten **Seienden oder Wesen** ist.

Anselmos Beweis

Ex+sistentia

Anselmo in "**credo ut intelligam**" (ich glaube, um zu verstehen) in dem Proslogion basiert der ontologische Beweis auf dieser Idee:

"Gott ist das Seiende, über das nichts Grösseres gedacht werden kann" (**non solum es quo maius cogitari nequit**), "dann impliziert es Existenz. Wenn die Existenz Gottes nicht gepredigt werden könnte (**quiddam maius quam cogitari possit**), dann wäre er begrenzt. Dies würde jedoch seiner eigenen Definition widersprechen. Daher existiert Gott notwendigerweise."
(Proemio 1.15: 226; 235)

Anselmos Beweis

Gefühle

Der notwendige Aspekt des Beweises, durch sein "per Absurd" Criterion, fixiert die notwendige Existenz als Eigenschaft. Wenn Gott die Existenz fehlen würde, wäre Gott begrenzt.

Noch ein Gefühl: Es ist merkwürdig zu beobachten, wie dieser Beweis der Existenz Gottes im Widerspruch zum Konzept Glaube, um zu verstehen steht: Wenn ich Gott durch einen logischen Beweis kenne, dann kenne ich ihn durch Vernunft. Aber das bedeutet, dass er es nicht durch Glauben weiss. Mit anderen Worten: Ich glaube nicht, aber ich weiss, dass Gott existiert! Und hier haben wir es nicht mit einem Paradox, sondern mit einem echten Widerspruch zu tun!

Descartes Ansatz

Gott und Descartes aus dem drei Teile der Beweis

Die Vorstellung von Gott ist für Descartes so beschaffen, dass seine Existenz im Geist nur durch die tatsächliche Existenz Gottes erklärt werden kann.

"Wenn ich an Gott denke, bedeutet dies, dass Gott existiert. Die Ursache dieses Gedankens ist, dass dieser nur durch Gott selbst hervorgebracht werden kann."

Descartes Ansatz

Gefühle

Es scheint: Er sagt, dass die Ursache des Gedankens Gott ist, deswegen existiert Gott, weil ich kann diesen Gedanken nicht selbst generieren. Es mehr eine Induktionsstruktur als eine Deduktionsstruktur!

Oder: Ich denke an Gott, denn Gott existiert?

Frage: Ist die Ursache dieses Gedankes die "Spur" meines verlorenes Ein-s "... als ich aus meinem freien Willen hinausging...(M. Eckhart)" und ich ein "s-Ein" bekommen habe?

Frage: Ist die "Denkzentrismusbewegung" die Reaktion meines "s-Ein" auf mein verlorenes "Ein-s"?

Frage: Was wollte Descartes hier sagen?

"Cogito ergo sum" (Descartes) oder "**Cogitor** ergo sum" (Karl Barth)?

[Faint handwritten notes at the bottom of the page]

Gödels Beweis

Erstes Axiom: Die Zusammensetzung zwischen zwei Eigenschaften

Die Intersektionen von positiven Eigenschaften generieren immer positive Eigenschaften. Zum besseren Verständnis: "schön zu sein" und "gross zu sein" sind jeweils positive Eigenschaften. Folglich ist "schön und gross zu sein" auch eine positive Eigenschaft.

Kommentar: Erstes Axiom

Es ist notwendig für die Kompatibilität aller möglichen Eigenschaften, dass Gott nur positive Eigenschaften in allen möglichen Welten haben muss!!!

Zweites Axiom: Es ist eine exklusive Disjunktion

Eine Eigenschaft ist positiv oder ihr Gegenteil ist positiv, aber beide können nicht positiv sein.

Gödels Beweis

Erste Definition: Konzept von Gott

Ein Seiendes hat die göttliche Natur, wenn und nur wenn sie alle und nur die positiven Eigenschaften besitzt.

Zweite Definition: Die Essenz

ϕ ist eine Essenz von einem Seienden x , wenn und nur wenn für jede Eigenschaft η , x notwendigerweise η enthält, wenn ϕ η impliziert.

Kommentar: Zweite Definition

Die Essenz impliziert notwendigerweise die Eigenschaft und viceversa.

Dritte Definition: Die notwendige Ex-ist-Entia

Ein Seiendes x existiert notwendigerweise, wenn und nur wenn seine Essenz (oder jedes seiner wesentlichen Elemente) notwendigerweise existiert.

Gödels Beweis

Drittes Axiom: Die Eigenschaften können notwendig und möglich sein

Wenn eine Eigenschaft positiv ist, dann ist sie notwendigerweise positiv und folglich, wenn eine Eigenschaft nicht positiv ist, dann ist sie notwendigerweise nicht positiv. Eine Eigenschaft ist genau dann notwendig, wenn es in allen möglichen Welten existiert. Eine Eigenschaft ist möglich, wenn sie nur in einigen dieser Welten existiert.

Viertes Axiom

Die notwendige Existenz ist eine positive Eigenschaft.

Fünftes Axiom

Wenn eine positive Eigenschaft notwendigerweise eine andere impliziert, dann ist letztere folglich auch positiv.

Gödels Beweis

Kommentar: Fünftes Axiom

Es ist notwendig für die Kompatibilität aller möglichen Eigenschaften, dass Gott nur positive Eigenschaften in allen möglichen Welten haben muss!!!

Die Theoremen

Erstes Theorem

Wenn ein Seiendes göttliche Natur besitzt, dann existiert ein Seiendes mit göttlicher Natur per Essenz.

Zweites Theorem: Die Notwendigkeit

Wenn es also möglich ist, dass Gott existiert, dann ist es möglich, dass Gott notwendigerweise existiert, also existiert Gott notwendigerweise.

Gödels Beweis

Zusammenfassung

Jede positive Eigenschaft ist notwendigerweise positiv (**Drittes Axiom**). Per Definition hat Gott ausschliesslich positive Eigenschaften (**Erste Definition**). Notwendige Existenz ist eine positive Eigenschaft (**Viertes Axiom**). Deshalb besitzt Gott, wenn es möglich ist, notwendigerweise Existenz durch die Definition der Essenz als notwendige Eigenschaft (**Erstes Theorem und zweite Theorem, das aus der zweiten und dritten Definition und dazu aus dem dritten Axiom nachgewiesen ist**). Das System aller positiven Eigenschaften ist kompatibel, wegen dem ersten und fünften Axiom. Deshalb ist Gott möglich. Da Gott möglich ist, existiert Gott notwendigerweise, weil Er alle möglichen kompatiblen positiven Eigenschaften enthält (**Zweites Theorem, das aus dem ersten Theorem und aus der Kompatibilität der möglichen Eigenschaften (erstes, zweites und fünftem Axiom) nachgewiesen ist.**)

Zusammenfassung

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass es, unter allen verschiedenen Eigenschaften notwendigerweise ein Seiendes existiert, das die Eigenschaft "Gott sein" auch besitzt.

Kein Mathematiker



Kein Mathematiker bedauert je einen Kalkulationsfehler gemacht zu haben, weil er weiss, dass vielleicht ein logischer Sinn erhalten bleibt. Persönlich hat dieser logische Sinn mir allerdings nie geholfen. Ich bleibe der Meinung, "wenn der Mensch einen Raum behält, dann behält er Unterschiedlichkeit. Wenn ich mich Gott sehr nahe fühle, dann bin ich sehr weit weg von Gott!! Gott will nichts, Gott ist nicht gut oder schlecht: Darum beten wir:

Oh Gott befreie mich von Gott!" (M. Eckhart).

Deswegen bin ich froh, dass es in meinen Händen immer noch ein nichts gibt, und
"kleingeschrieben"!

Danke für die Aufmerksamkeit